# KŘIVKOVÉ INTEGRÁLY I. DRUHU

## PARAMETRIZACE KŘIVKY

$$\int_c f(x,y)\,ds \longrightarrow \int_a^b f(t)\cdot|J|\,dt \qquad |J|=\sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2}$$

1) ze 2 bodů $\quad x = \square + \square\, t$, $\quad y = \square + \square\, t$
2) vyjádři $y = \ldots$ $\quad$ zvolím: $x=t$
3) už zparametrizováno

## GEOMETRICKÁ APLIKACE

- DÉLKA KŘIVKY $\quad \boxed{\ell = \int_c 1\,ds}$
- OBSAH VÁLCOVÉ PLOCHY $\quad \boxed{P = \int_c z\,ds}$

## FYZIKÁLNÍ APLIKACE

- HMOTNOST $\quad \boxed{m = \int_c h\,ds}$
- STATICKÝ MOMENT
  - k rovině xy $\quad \boxed{S_{xy} = \int_c z\cdot h\,ds}$
  - k rovině yz $\quad \boxed{S_{yz} = \int_c x\cdot h\,ds}$
  - k rovině xz $\quad \boxed{S_{xz} = \int_c y\cdot h\,ds}$
- TĚŽIŠTĚ

$$\left.\begin{aligned} x_T &= \frac{S_{yz}}{m} \\ y_T &= \frac{S_{xz}}{m} \\ z_T &= \frac{S_{xy}}{m} \end{aligned}\right\} T[x_T; y_T; z_T]$$

# KŘIVKOVÉ INTEGRÁLY II. DRUHU

- vektorové pole $F(x, y, z) = (P, Q, R)$
- křivka s parametrizací $C: \varphi(t) = (x(t), y(t), z(t))$

- obecně: $\int_C F \cdot T \, ds = \int_C P\,dx + Q\,dy + R\,dz$

- substituce: $\int_C F \cdot T \, ds = \int_C \left(P \cdot x'(t) + Q \cdot y'(t) + R \cdot z'(t)\right) dt$

- ORIENTACE KŘIVKY

  ⊕ proti směru hodinových ručiček

  ⊖ po směru hodinových ručiček

- FYZIKÁLNÍ APLIKACE

  - PRÁCE SILOVÉHO POLE $F(x, y, z) = (P, Q, R)$

$$W = \int_C F \cdot T \, ds = \boxed{\int_C P\,dx + Q\,dy + R\,dz}$$

  - TOK VEKTOROVÉHO POLE $F(x, y) = (P, Q)$

$$TP = \int_C F \cdot n \, ds = \boxed{\int_C -Q\,dx + P\,dy}$$

  - CIRKULACE VEKTOROVÉHO POLE $F(x, y) = (P, Q)$

$$CP = \int_C F \cdot T \, ds = \boxed{\int_C P\,dx + Q\,dy}$$